

图像的中介边缘检测方法

周宁宁^{1), 2)} 赵正旭³⁾ 翁素文¹⁾

¹⁾ (南京邮电大学计算机学院, 南京 210003) ²⁾ (软件开发环境国家重点实验室, 北京 100191)

³⁾ (石家庄铁道学院计算机与信息工程学院, 石家庄 050043)

摘要 以中介真值程度的数值化度量为基础, 通过引入距离比率函数度量像素点的灰度以及像素点间灰度的相似程度, 并采用双域值和非局部极大值抑制方法, 设计了新的图像边缘检测算法。通过仿真实例, 与已有的典型算法处理结果比较表明, 基于中介真值程度度量的图像边缘检测算法能有效去除噪声, 并较好地保持图像边缘细节, 因而更具有实用性和有效性。

关键词 边缘检测 中介真值程度 相似性

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)03-397-06

Medium Edge Detection Method in Image

ZHOU Ningning^{1, 2)}, ZHAO Zhengxu³⁾, WENG Suwen¹⁾

¹⁾ (College of Computer, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003)

²⁾ (State key Laboratory of Software Development Environment, Beijing 100191)

³⁾ (School of Computing and Informatics, Shijiazhuang Tiedao Institute, Shijiazhuang 050043)

Abstract Based on the distance ratio function to measure the gray level of a single pixel and the similarity between two pixels, this paper presents a novel image edge detection algorithm based on the measuring of medium truth scale. Two thresholds and restraint on non-maximum value in domain are applied to the algorithm. Simulation results show that the algorithm can successfully remove noise, preserve the image edge details and is more effective and has wider applications compared with the classic algorithms.

Keywords image edge detection, measuring of medium truth scale, similarity degree

0 引言

图像边缘是图像的一个基本特征, 包含了用于识别的有用信息。为人们描述或识别目标以及解释图像提供了一个有价值的和重要的特征参数。因此, 边缘检测方法是数字图像处理中的重要研究内容。边缘检测是图像分割的基础, 也是图像识别的关键前提。

长期以来, 人们在图像边缘检测方面进行了大量的研究, 并提出了各种各样的算法。传统的边缘检测算法都建立在边缘灰度不连续的理论基础上, 通过经典梯度算子, 例如 Sobel 算子、Roberts 算子、Kirsch 算子、Prewitt 算子、LoG 滤波算子、Canny 边缘检测等来提取图像边缘。Rosenfeld 等人首先提出边缘检测多尺度方法。传统的边缘检测算法简单、成熟, 计算量小, 在经过一些改进^[1-3]之后, 仍然有相当大的应用潜力。但传统边缘提取算法提取的边缘较宽,

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973) 项目 (2005CB321901); 南京邮电大学青蓝项目 (NY207083); 软件开发环境国家重点实验室开放课题 (BUAA-SKLSDE-09KF-03)

收稿日期: 2008-10-30 **改回日期:** 2009-02-07

第一作者简介: 周宁宁 (1972—), 女, 南京邮电大学计算机学院副教授。2009 年于东南大学获仪器科学与技术系精密仪器专业博士学位。主要研究方向为虚拟现实、图像处理、计算机应用。E-mail: zhounn@njupt.edu.cn

对对比度较小和噪声较大的图像,边缘检测效果不理想。上世纪 80 年代初, Pal 等人提出了一种模糊边缘检测方法^[4],首次将模糊集理论引入到图像的边缘检测算法。随后,许多学者将模糊理论与其他新技术结合而形成的新图像边缘检测方法也在不断涌现^[5-6]。同时,一些新的数学方法也在不断应用到图像边缘检测中,例如利用神经网络^[7]、小波变换^[8]、数学形态学理论^[9]、粗糙集^[10]等方法。但这些算法往往较为复杂,可移植性不高,计算量较大。因此,探索新的更为有效的边缘检测方法仍然是图像处理中的研究热点。

将处理模糊信息的中介数学系统引入到图像边缘检测中,以中介真值程度的数值化度量为基础,设计了新的图像边缘检测算法。经仿真实验证明,该算法具有良好的抗噪性和边缘细节的保留性,边缘检测效果良好。

1 中介数学系统简介

20 世纪 80 年代,中国两位学者朱梧楦和肖奚安提出了中介原则,并以自创的中介逻辑演算系统 (medium logic)^[11]作为推理工具,建立了以中介公理集合论 (medium axiomatic set)^[12]为主要内容的中介数学系统。

1.1 中介数学系统的基本符号^[12]

中介数学系统中记 P 为一谓词 (概念或性质), x 为任一变元, $P(x)$ 表示变元 x 完全具有性质 P 。符号 “ \neg ” 称反对对立否定词,读为“对立于”,把谓词 P 的反对对立面记为 $\neg P$ 。则 P 与 $\neg P$ 就抽象地表示了一对反对对立概念;符号 “ \sim ” 称模糊否定词,反映了对立物在转化过程中“非此非彼”或“亦此亦彼”的中介状态,模糊否定词 “ \sim ” 的语义深刻地反映了模糊性;“ $<$ ” 是真值程度词,刻画了两个命题之间的差异。

1.2 中介真值程度的度量

1.2.1 个体真值程度的度量

根据超态概念^[13],将一般数值化应用的数值区域划分为对应谓词真值的 5 个区域,即 \neg^+P , $\neg P$, $\sim P$, P 和 ^+P ,如图 1 所示。在“真”数值区域 T , α_T 是谓词 P 的 ε_T 标准度;在“假”数值区域 F , α_F 是 $\neg P$ 的 ε_F 标准度。

每个数值区域中个体真值程度可以通过计算相对于 P (或 $\neg P$) 的距离比率函数^[13] $h_T(y)$ (或 $h_F(y)$) 得到。

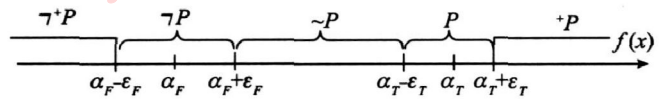


图 1 数值区域与谓词的对应关系

Fig. 1 Relation between numerical value areas and predication

1.2.2 集合真值程度的度量

离散型集合 X 对 P (或 $\neg P$) 的真值程度可以由集合对于 P (或 $\neg P$) 的加性真值度^[14] $A_T(x)$ (或 $A_F(x)$) 和平均加性真值度^[14] $A_{TM}(x)$ (或 $A_{FM}(x)$) 来衡量。

1.3 模糊程度的度量

1.3.1 离散中介熵

对离散集合模糊程度定量的度量,可以通过计算离散中介熵 $H \sim (b)$ ^[14] 得到。

1.3.2 中介熵表示的模糊程度

中介熵的最大值为 $n \log 2$ 称为模糊标准度,记作 α_M 。记 $\frac{1}{n \log 2} H \sim (b)$ 为 ν_M , 并称之为中介熵表示的离散模糊程度,简称离散模糊程度^[14]。离散模糊程度是一种描述集合所含模糊性的量度。

2 基于中介真值程度度量的图像边缘检测算法

图像的边缘对人的视觉具有重要意义,一般而言,当人们看一个有边缘的物体时,首先感觉到的便是边缘。所谓边缘,是指其周围像素灰度值成阶跃变化或屋顶状变化的那些像素的集合。Poggio 说过:“边缘或许对应着图像中物体 (的边界) 或许并没有对应着图像中物体 (的边界),但是边缘具有十分令人满意的性质,它能大大地减少所要处理的信息但是又保留了图像中物体的形状信息。”并定义边缘检测为“主要是 (图像的) 灰度变化的度量、检测和定位”^[15]。提出的图像边缘检测算法是以中介真值程度的数值化度量为基础的,利用中介真值程度的数值化度量中的距离比率函数来考察图像中的像素点之间的相似程度;并设定双阈值、利用检测出的边缘点方向进行邻域最大值判定,进一步确定边缘点。

2.1 像素点灰度值的度量

设 $X = [x(i, j)]_{M \times N}$, 表示大小为 $M \times N$ 的数字图像,其灰度级为 L , $G = \{0, 1, 2, \dots, L-1\}$ 表示所

有灰度值的集合, $x(i, j) \in G$ 是坐标 (i, j) 处像素的灰度值。假设中心点的灰度值为 $x(i, j)$, 则该图像的灰度值矩阵为

$$X(i, j) = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots x(i-1, j-1) & x(i-1, j) & x(i-1, j+1) & \dots \\ \dots x(i, j-1) & x(i, j) & x(i, j+1) & \dots \\ \dots x(i+1, j-1) & x(i+1, j) & x(i+1, j+1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (1)$$

以 $X(i, j)$ 中像素的灰度值为论域, 在其上建立集合 G 。

在像素灰度级用 8 bit 表示的灰度图像中, 共分 256 种灰度等级。灰度值的范围为 0~255。灰度值越小, 对应像素的颜色越黑; 灰度值越大, 对应像素的颜色越白。用对立观点看, 黑与白是一组反对对立面, 并存在过渡。通过计算距离比率函数可以得到单个像素点灰度相对于白(或黑)的真值程度以及像素点间灰度值的相似性。

2.1.1 单个像素点灰度的真值程度

若采用相对于白的真值程度进行衡量, 记谓词 $W(x)$ 表示 $x(i, j)$ 为白, $^+W(x)$ 表示 $x(i, j)$ 为超白, $\neg W(x)$ 表示 $x(i, j)$ 为黑, \neg^+W 表示 $x(i, j)$ 为超黑, 并存在过渡 $\sim W(x)$, 建立对应于 W 与 $\neg W$ 的标准度 α_T 和 α_F , 如图 2 所示。利用像素点 $x(i, j)$ 相对于 $W(x)$ (白) 的距离比率函数 $h(x(i, j))$ 的值来确定该像素点是白的真值程度。该数值越大, 表明该像素点对白的真值程度越高。



图 2 图像灰度值区域与谓词白的对应关系

Fig. 2 Relation between image gray level area and predication white

2.1.2 像素点间灰度相似性的度量

设 $x(i, j)$ 代表待考察的像素点灰度值, $x'(i, j)$ 代表待考察点周围邻域点的灰度值。 $x'(i, j)$ 和 $x(i, j)$ 的相似程度, 可通过计算距离比率函数 $h(i, j)$ 得到, 根据 $x(i, j)$ 的灰度值范围, 分以下三种情况加以讨论:

1) $x(i, j) = 0$ 记谓词 $S(x)$ 表示点 x 是黑色, 对应于 S 的图像灰度数值区域是一个点, 对应于 $\sim S$ 的图像灰度值范围为 1~255 如图 3 所示。

根据图 3 有:

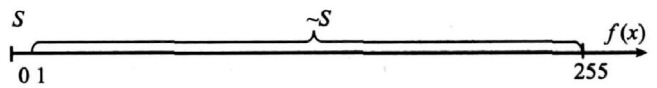


图 3 谓词 $S(x)$ 是黑色时, 图像灰度数值区域与谓词的对应关系

Fig. 3 Relation between image gray level areas and predication when predication $S(x)$ is black

$$h(i, j) = \begin{cases} 1 & x'(i, j) = x(i, j) = 0 \\ \frac{256 - x'(i, j)}{256} & 0 < x'(i, j) \leq 255 \end{cases} \quad (2)$$

2) $0 < x(i, j) < 255$ 记谓词 $S(x)$ 表示点 x 不是白色也不是黑色, 对应于 S 的图像灰度数值区域是一个点, 对应于 $\sim S_L$ 的图像灰度值范围为 0~ $x(i, j) - 1$ 对应于 $\sim S_R$ 的图像灰度值范围为 $x(i, j) + 1 \sim 255$ 如图 4 所示。

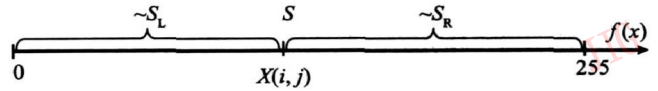


图 4 谓词 $S(x)$ 不是白色也不是黑色时, 图像灰度数值区域与谓词的对应关系

Fig. 4 Relation between image gray level areas and predication when predication $S(x)$ is neither white nor black

根据图 4 有:

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{x'(i, j) + 1}{x(i, j) + 1} & 0 \leq x'(i, j) < x(i, j) \\ 1 & x'(i, j) = x(i, j) \\ \frac{256 - x'(i, j)}{256 - x(i, j)} & x(i, j) < x'(i, j) \leq 255 \end{cases} \quad (3)$$

3) $x(i, j) = 255$ 记谓词 $S(x)$ 表示点 x 是白色, 对应于 S 的图像灰度数值区域是一个点, 对应于 $\sim S$ 的图像灰度值范围为 0~254 如图 5 所示。

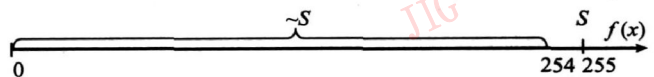


图 5 谓词 $S(x)$ 是白色时, 图像灰度数值区域与谓词的对应关系

Fig. 5 Relation between image gray level areas and predication when predication $S(x)$ is white

根据图 5 有:

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{x'(i, j) + 1}{256} & 0 \leq x'(i, j) < 255 \\ 1 & x'(i, j) = x(i, j) = 255 \end{cases} \quad (4)$$

距离比率函数的值反映了点 $x(i, j)$ 和 $x'(i, j)$ 的相似程度, 其值越接近 1, 表示两点的灰度值相似性越高, 越接近零, 则表示两点的灰度值相似性越低。

2.2 中介边缘检测算法的基本思想

图像在像素级具有不连续性和相似性两个特征。边缘是一个区域的结束, 也是一个区域的开始。边缘与图像中物体的边界有关但又是不同的。边缘反映的是图像灰度的不连续性。图像的边缘总有一定的走向, 用边缘曲线的法线方向 (和切线垂直的直线) 来代表边缘点的方向, 如图 6 所示。任何边缘与边缘走向垂直的方向都有一个局部峰值这个特点。在与边缘垂直方向选一个小直线邻域 (若是水平边缘, 除该点外, 其上选 2 点, 其下选 2 点; 若是垂直边缘, 除该点外, 其左选 2 点, 其右选 2 点, 组成 5 个像素点的小邻域), 边缘点在小邻域中灰度值相对相邻点的变化总是极大的。

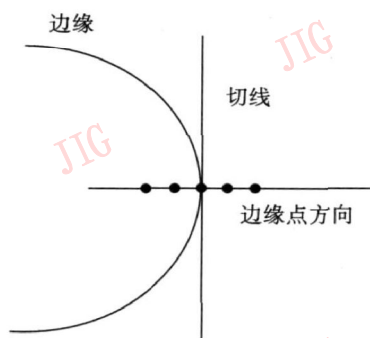


图 6 边缘的方向

Fig. 6 Direction of edge

提出的基于中介真值程度的新边缘检测算法通过引入距离比率函数 $h(i, j)$ 计算像素点和周围邻域点灰度相似程度, 采用双域值方法和非极大值抑制方法, 将处于边缘和非边缘之间的中介过渡带, 单独提出来考察。对处于过渡带中的像素点进行邻域最大判定, 可以有效地提取弱边缘。基本思想如下:

首先利用距离比率函数, 得到某点的灰度值与周围邻域点灰度值的相似程度。由于边缘点都是在邻域内有不同程度的灰度阶跃变化的点, 即像素点之间变化显著的点一定是边缘点。因此设定一个阈值 T_1 , 像素点与周围邻域点灰度值的相似程度低于该阈值的点判为边缘点。对于高于该阈值的点, 有两种可能: 1) 非边缘点; 2) 弱边缘点 (灰度变化不显著的边缘点)。接着进一步判定变化程度小的像素点是否是边缘点, 可以再设一个高阈值 T_2 , 相似程

度高于阈值 T_2 的点, 肯定为非边缘点。最后判断介于高低阈值之间的点是否为边缘点。对这些点进行邻域灰度变化最大判定, 如果符合邻域最大, 则其更可能为边缘点; 若不符合邻域最大, 则其更可能为非边缘点。

2.3 中介边缘检测算法的实现步骤

新算法的实现步骤为:

- 1) 采用中介滤波算法^[16-17], 消除原始图像噪声。
- 2) 通过距离比率函数衡量像素点间的相似程度。

在图像的灰度矩阵中, 取一个 $(2n-1) \times (2n-1)$ 中心在 (n, n) 的窗口。以该子窗口中的中心像素点为初始考察点。根据式 (2) ~ 式 (4), 计算待考察点与周围邻域像素点间的相似程度。

3) 设定两个像素点相似性域值 T_1, T_2 , 其中 $T_1 < T_2$ 。若考察点与周围邻域的灰度值相似性低于 T_1 , 则认为考察点肯定是边缘点; 若考察点与周围邻域的灰度值相似性高于 T_2 , 则认为考察点肯定是非边缘点; 若考察点与周围邻域的灰度值相似性介于 T_1 和 T_2 之间, 则认为考察点, 既有可能是边缘, 也有可能不是, 此时根据任何边缘与边缘走向垂直的方向都有一个局部峰值这个特点来判断该点是否是边缘点。在与边缘垂直方向选一个小直线邻域, 若此点在小邻域中是极大值, 则判断是边缘点; 否则认为是非边缘点。

4) 遍历图像, 并对其二值化, 得到一幅新的图像 $F(i, j)$ 。

$$F(i, j) = \begin{cases} 255 & \text{点}(i, j)\text{是边缘点} \\ 0 & \text{点}(i, j)\text{是非边缘点} \end{cases} \quad (5)$$

2.4 仿真结果及分析

为了检验基于中介真值程度度量的边缘检测算法的有效性, 选择边缘类型比较丰富的标准 Cameram an 图像作为输入图像, 分别采用 Canny 算子, Sobel 算子, LoG 算子, Roberts 算子和基于中介真值程度度量的新方法对图像边缘进行检测。仿真结果如图 7 所示, 各算子的计算时间见表 1。

从表 1 中各算子的计算时间可以看出, 中介边缘检测算法的速度与 Canny 算子在一个数量级, 速度比 Canny 算子稍慢, 而一些现代的边缘检测方法, 例如利用神经网络, 数学形态学理论等方法, 其算法的收敛速度较慢, 算法的执行时间远大于传统的算子。

对边缘检测的效果从边缘细节的保持性和抗噪性两方面进行评价:

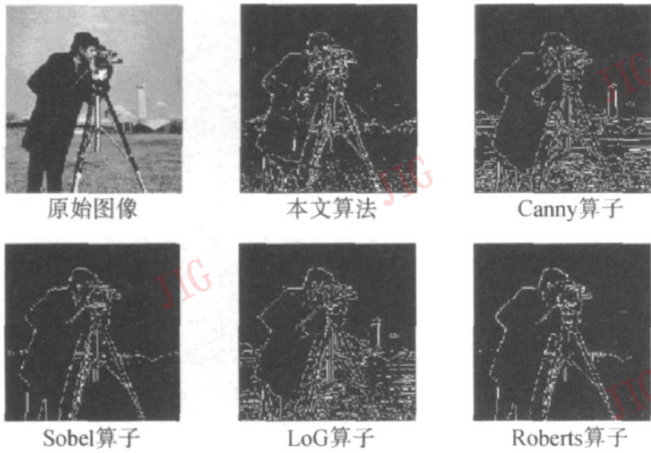


图 7 对标准 Cameraman 图像的边缘检测仿真结果 ($T_1 = 0.01$, $T_2 = 0.05$)

Fig. 7 Simulation results of edge detection of standard Cameraman image

表 1 各算子的计算时间

Tab. 1 Computation time of operators

	中介边缘检测	Canny 算子	Sobel 算子	LoG 算子	Roberts 算子
计算时间 /s	0.612 424	0.235 095	0.053 876	0.045 438	0.024 007

1) 更好的边缘细节保持性

从图 7 对标准 Cameraman 图像的边缘检测的结果看出: 中介边缘检测算法较好地检测出了图像的边缘, 在边缘细节的保留方面强于 Sobel 算子和 Roberts 算子, 检测出的边缘视觉效果达到甚至超过了 Canny 算子和 LoG 算子。另外通过对阈值门限 T_1 , T_2 的大小调节, 新算法可以很好地调节边缘细节的保留和连续度控制的问题。 $T_1 < T_2$, 如将 T_2 无限增大, T_1 无限减小, 将初步检测所得的所有边缘点都进行局部最大值判定, 则可以完全保留图片细节; 如将 T_1 , T_2 的差值缩小, 则可以增加边缘的连续度。对于一幅给定的图像, 根据理论和实验设定合适的域值, 可以得到满意的效果。

2) 更好的抗噪性

为了检验新算法对噪声的抑制能力, 采用 Canny 算子、Sobel 算子、LoG 算子、Roberts 算子和基于中介真值程度度量的新方法, 分别对添加了方差为 0.01 的椒盐噪声和方差为 0.005 高斯噪声的 Cameraman 图像的边缘进行检测, 结果如图 8 和图 9 所示。

从图 8 和图 9 中看出, LoG 算子的抗噪性比较差, 几乎无法检测出添加了椒盐噪声或高斯噪声的

Cameraman 图像的边缘, Sobel 算子和 Roberts 算子检测出的边缘细节丢失比较严重, 本文算法和 Canny 算子的边缘检测效果较好, 从视觉效果看, 本文算法稍强于 Canny 算子。而且随着噪声强度的增加, Sobel 算子、Roberts 算子和 LoG 算子几乎都无法检测出边缘, Canny 算子检测出的边缘效果也比较差, 而新算法的边缘检测效果仍然是令人满意的。

从实验结果分析中, 可以看出图像中介边缘检测算法能较好地保留边缘细节, 并具有较强的抗噪性。

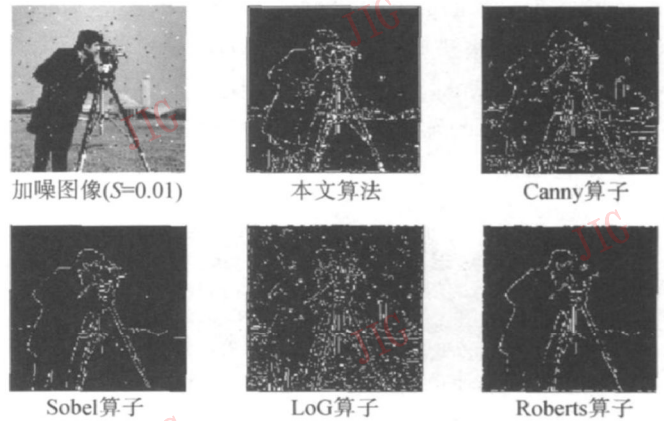


图 8 对添加了方差为 0.01 的椒盐噪声的 Cameraman 图像边缘检测仿真结果

Fig. 8 Simulation results of edge detection of Cameraman image with "salt and pepper" noise ($S = 0.01$)

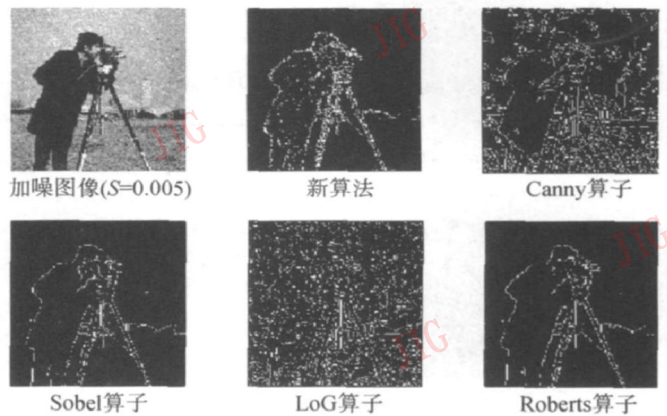


图 9 对添加了方差为 0.005 的高斯噪声的 Cameraman 图像边缘检测仿真结果

Fig. 9 Simulation results of edge detection of Cameraman image with "Gaussian" noise ($S = 0.005$)

3 结 论

采用中介真值程度的数值化度量方法对图像边

缘检测算法进行了研究,要点如下:

1) 通过中介距离比率函数衡量像素点间的相似程度,设计了从边缘点的相似性出发,有别于其他数学方法的新图像边缘检测算法;

2) 采用中介滤波算法^[16-17],消除原始图像噪声。

3) 采用双域值方法和非局部极大值抑制方法对边缘进行细化。

4) 对标准 Cameraman 图像以及含噪的 Cameraman 图像边缘检测结果表明,本文方法更具有实用性和有效性。

下一步,将继续研究中介真值程度的度量方法,对边缘检测算法进行改进,使检测出来的边缘更加平滑和连续。同时,对图像处理中的模糊现象进行分析研究,设计图像分割、图像识别等领域的新方法也是下一步研究的重点。

参考文献 (References)

- [1] Yang Zhenya, Wang Yong, Wang Chengdao. The enhanced method of LoG operator in edge detection [J]. Computer Applications and software, 2004, 21(9): 87-89. [杨振亚, 王勇, 王成道. LoG 算子边缘检测方法的改进方案 [J]. 计算机应用与软件, 2004, 21(9): 87-89.]
- [2] Kang Mu, Xu Qingong, Wang Baoshu. A Roberts' adaptive edge detection method [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(10): 1240-1244. [康牧, 许庆功, 王宝树. 一种 Roberts 自适应边缘检测方法 [J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(10): 1240-1244.]
- [3] Zhang Yuwei, Wang Yaoming, Jiang Huijun. Edge detection of image based on Sobel and wavelet transformation [J]. Computer Applications and software, 2007, 24(4): 133-134. [张伟伟, 王耀明, 蒋慧钧. 一种结合 Sobel 算子和小波变换的图像边缘检测方法 [J]. 计算机应用与软件, 2007, 24(4): 133-134.]
- [4] Pal SK, King RA. On edge detection of X-ray images using fuzzy sets [J]. IEEE Transaction on PAMI, 1983, 5(1): 69-77.
- [5] Wang Baoping, Liu Shenhu, Zhang Jiatian, et al. A method of edge detection based on fuzzy entropy and FKCN [J]. Chinese Journal of Computers, 2006, 29(4): 664-669. [王保平, 刘升虎, 张家田, 等. 一种基于模糊熵和 FKCN 的边缘检测方法 [J]. 计算机学报, 2006, 29(4): 664-669.]
- [6] Liu Li, Jiang Jiafu, Tang Xianying. Edge detection of medical image based on little wave and fast fuzzy algorithm [J]. Computer Simulation, 2007, 24(2): 179-182. [刘莉, 蒋加伏, 唐贤瑛. 基于小波和快速模糊算法的医学图像边缘检测 [J]. 计算机仿真, 2007, 24(2): 179-182.]
- [7] Xiao Feng. Edge detection algorithm based on BP neural networks in digital image [J]. Journal of Xi'an University of Science And Technology, 2005, 25(3): 372-375, 382. [肖锋. 基于 BP 神经网络的数字图像边缘检测算法的研究 [J]. 西安科技大学学报, 2005, 25(3): 372-375, 382.]
- [8] Cai Zhiyong, Chen Rong, Yu Fuzhang, et al. A V-groove welding seam recognition algorithm based on wavelet transform [J]. Journal of Image and Graphics, 2007, 12(5): 866-869. [蔡志勇, 陈荣, 余伏章, 等. 一种基于小波变换的 V 型坡口焊缝识别算法 [J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(5): 866-869.]
- [9] Yan Haixia, Zhao Xiaohui. Edge detection method based on mathematical morphological transform [J]. Application Research of Computers, 2008, 25(11): 3496-3497, 3503. [闫海霞, 赵晓晖. 基于数学形态学的边缘检测方法 [J]. 计算机应用研究, 2008, 25(11): 3496-3497, 3503.]
- [10] Wang Dan, Wu Mengda, Liu Yinshan. A new mathematical morphological algorithm based on rough sets and its application to detecting image edge [J]. Journal of Engineering Graphics, 2007, 28(2): 109-113. [王丹, 吴孟达, 刘银山. 一种新的基于粗糙集的数学形态学算法及其在图像边缘检测中的应用 [J]. 工程图学学报, 2007, 28(2): 109-113.]
- [11] Zhu Wujia, Xiao Xian. Propositional calculus system of medium logic (I) [J]. Nature, 1985, (8): 315-316. [朱梧楨, 肖奚安. 中介逻辑的命题演算系统 (I) [J]. 自然杂志, 1985, (8): 315-316.]
- [12] Xiao Xian, Zhu Wujia. A system of medium axiomatic set theory [J]. Science in China (A), 1988, (11): 1320-1335.
- [13] Hong Long, Xiao Xian, Zhu Wujia. Measure of medium truth scale and its application [I] [J]. Journal of Computer, 2006, 29(12): 2186-2193. [洪龙, 肖奚安, 朱梧楨. 中介真值程度的度量及其应用 [I] [J]. 计算机学报, 2006, 29(12): 2186-2193.]
- [14] Hong Long, Xiao Xian, Zhu Wujia. Measure of medium truth scale and its application [II] [J]. Journal of Computer, 2007, 30(9): 1551-1558. [洪龙, 肖奚安, 朱梧楨. 中介真值程度的度量及其应用 [II] [J]. 计算机学报, 2007, 30(9): 1551-1558.]
- [15] Poggio T, Voorhees H, Yuille A. A Regularized Solution to Edge Detection, A M-833[R]. Massachusetts USA: MIT Artificial Intelligence Laboratory, 1985.
- [16] Zhou Ningning, Hong Long, Zhao Zhengxu. Design and implementation of image noise removal filter based on measure of medium truth scale [J]. Chinese Quarterly Journal of Mathematics, 2008, 6: 649-659. [周宁宁, 洪龙, 赵正旭. 基于中介真值程度度量的图像去噪滤波器设计与实现 [J]. 数学季刊, 2008, 6: 649-659.]
- [17] Zhou Ningning, Zhao Zhengxu, Qin Wenhui. Medium noise removal algorithm and medium measure of fidelity of image [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(5): 979-984. [周宁宁, 赵正旭, 秦文虎. 图像的中介滤波算法与图像中介保真度量 [J]. 电子学报, 2008, 36(5): 979-984.]